

Statistique spatiale

Quatrièmes Rencontres R

Thibault LAURENT
thibault.laurent@univ-tlse1.fr

Toulouse School of Economics

25 Juin 2015

Remerciements et références

Remerciements :

- Christine Thomas-Agnan et l'équipe Statistique de TSE.

Références :

- A. Baddeley (2010), "Analysing spatial point patterns in R", CSIRO.
- R. Bivand, E. Pebesma et V. Gómez-Rubio (2013), "Applied spatial data analysis with R", Springer-Verlag, 2^e édition.
- P.J. Diggle et P.J. Ribeiro (2007), "Model-based geostatistics", Springer-Verlag.
- J. LeSage et R.K. Pace (2009), "Introduction to spatial econometrics", Chapman et Hall.
- C. Thomas-Agnan (2015), "Analyse statistique des données spatiales", UT1-Capitole.

- 1 Introduction
- 2 Analyse exploratoire de données spatiales
- 3 Outils spécifiques à la statistique spatiale
- 4 Modélisation spatiale
- 5 Conclusion

- Un tableau de données :

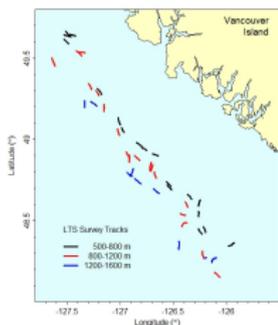
Individus	Variables		
	1	...	p
1	x_{11}	...	x_{1p}
⋮	⋮	...	⋮
n	x_{n1}	...	x_{np}

- Spécificité en statistique spatiale : chaque individu est associé à une entité géographique.
- Objectifs : utiliser à la fois l'information statistique et géographique.

⇒ Apparition de nouvelles méthodes statistiques qui vont dépendre de la nature "spatiale" des données.

Entité géographique : le point de vue de l'informaticien

Représentation des données sous 2 modes : vecteurs (polygone, point ou ligne brisée) ou raster (pixel).



Entité géographique : le point de vue du statisticien

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Soit D le domaine d'étude dans l'espace et s la localisation géographique. Cressie (1993) suggère la classification des données spatiales suivante :

- Données de type géostatistique : s varie continuellement dans D , mais les observations sont faites en un nombre fini de points déterministes s_i de D .
- Données de type économétrie spatiale : comme en géostatistique, la position n'est pas aléatoire. L'unité géographique est de type surfacique.
- Données de type semis de points : la localisation de la donnée est modélisée comme aléatoire.

Exemple de données de type géostatistique

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Domaines d'applications : écologie, environnement, climatologie, industrie pétrolière, etc.



Etude de la contamination du sol sur une zone inondable. Données observées en chaque point : concentration de zinc, cuivre, etc.

Entité géographique : le point de vue du statisticien

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Soit D le domaine d'étude dans l'espace et s la localisation géographique. Cressie (1993) suggère la classification des données spatiales suivante :

- Données de type géostatistique : s varie continuellement dans D , mais les observations sont faites en un nombre fini de points déterministes s_j de D .
- Données de type économétrie spatiale : comme en géostatistique, la position n'est pas aléatoire. L'unité géographique est de type surfacique.
- Données de type semis de points : la localisation de la donnée est modélisée comme aléatoire.

Exemple de données de type économétrie spatiale

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

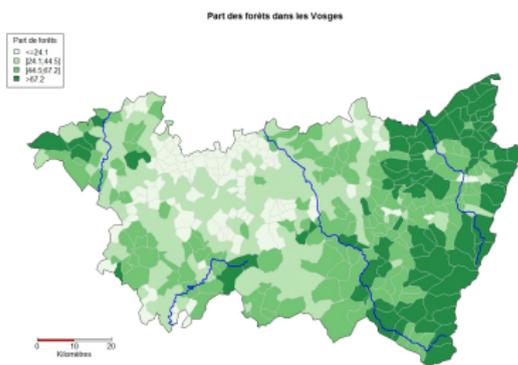
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Domaines d'applications : statistique publique, secteur immobilier, etc.



Mesurer l'impact de la nature des sols sur la qualité des eaux (ANR ModULand). Données agrégées au niveau de la commune.

Entité géographique : le point de vue du statisticien

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Soit D le domaine d'étude dans l'espace et s la localisation géographique. Cressie (1993) suggère la classification des données spatiales suivante :

- Données de type géostatistique : s varie continuellement dans D , mais les observations sont faites en un nombre fini de points déterministes s_j de D .
- Données de type économétrie spatiale : comme en géostatistique, la position n'est pas aléatoire. L'unité géographique est de type surfacique.
- Données de type semis de points : la localisation de la donnée est modélisée comme aléatoire.

Exemple de données de type semis de points

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

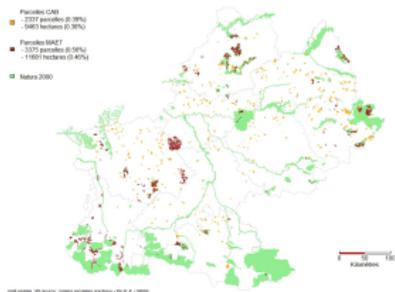
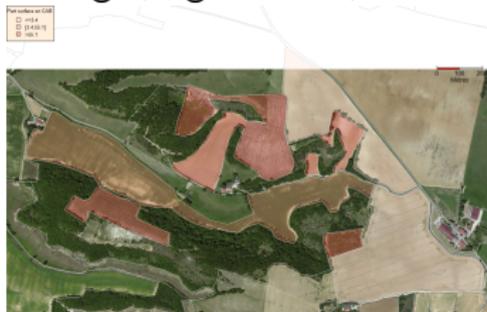
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Domaines d'applications : foresterie, épidémiologie, sismologie, écologie, agriculture, etc.



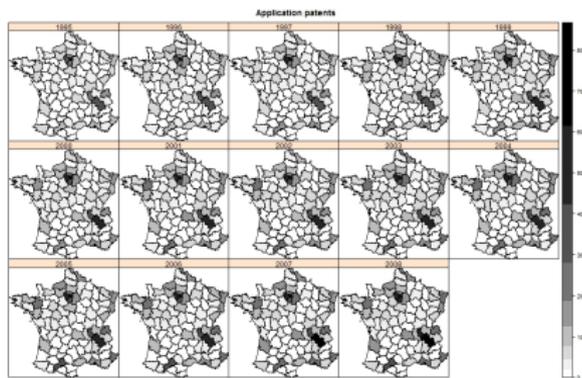
Etude de la concentration spatiale des exploitations agricoles converties à l'Agriculture Biologique (ANR ModULand).

Autres types de données spatiales : données spatio-temporelles

Statistique spatiale

T. Laurent

Domaines d'applications : économie, écologie, etc.



Evaluer l'impact des dépenses en R&D sur l'innovation avec des données de panel (Laurent et Moussa, 2015). Package **spatstat** (Pebezma *et al.*, 2012).

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Autres types de données spatiales : données de flux

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

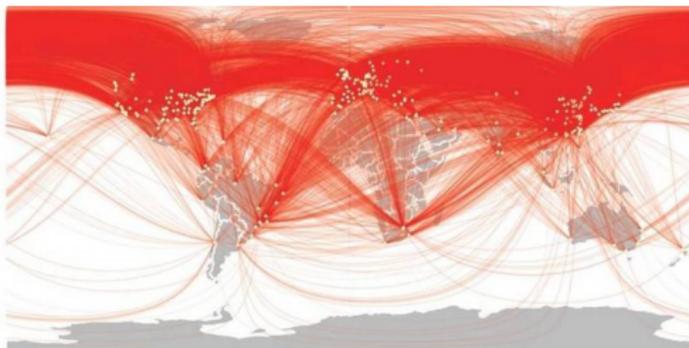
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Domaines d'applications : transport aérien, geomarketing, etc.



Etude de la dépendance spatiale des liaisons aériennes entre aéroports (travail en collaboration avec Airbus).

Les logiciels disponibles

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Cartographie :

- QGIS : <http://www.qgis.org/fr/site/>

Statistique spatiale :

- environ 130 packages R (Juin 2015) dont 16 installés avec le logiciel. R. Bivand référence la liste des packages sur : <http://cran.r-project.org/web/views/Spatial.html>
- Matlab et la toolbox d'économétrie spatiale écrite par James P. LeSage (<http://www.spatial-econometrics.com/>)
- PySAL : librairie de fonctions sur l'analyse spatiale écrits en Python (<https://geodacenter.asu.edu/#panel-2>)

1 Introduction

2 Analyse exploratoire de données spatiales

- Cartographie
- Graphiques interactifs
- Visualisation

3 Outils spécifiques à la statistique spatiale

4 Modélisation spatiale

5 Conclusion

Cartographie

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

- Choix d'une représentation de la terre : ellipsoïde Globale (WGS 84, Clarke 1880, IAG GRS80, etc.) ou Locale (NTF, Nouvelle Triangulation de la France).
- Choix du système de coordonnées géographiques (points de références pour longitude, latitude, etc.) pour exprimer les entités géographiques en longitude et latitude (λ, ϕ) (en degrés/minutes/secondes ou degrés décimaux).
- Choix d'un système de projection des coordonnées pour minimiser les déformations, pouvoir calculer des distances kilométriques, etc.
- Packages R pour la cartographie : **rgdal** et **mapproj** (import/export de fichiers de données spatiales, conversion des CRS/projection, etc.), **sp** (définition et méthodes de classes d'objet `Spatial` propres à R) et **raster** (images de type raster).

Exemple

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

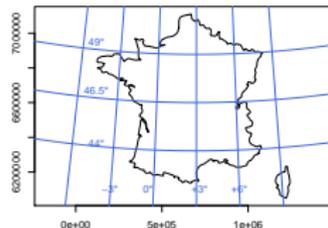
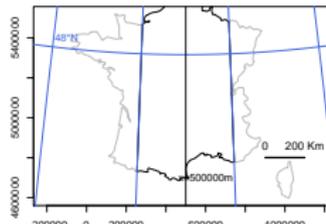
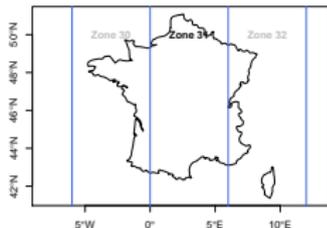
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Selon la source des données (IGN, Insee, etc.), les CRS
(Coordinate Reference System) peuvent varier...



Carte choroplèthe

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

- Valable pour tous types de données informatiques (polygones, points, lignes, pixels) et statistiques (variables qualitatives/quantitatives).
- Traitement particulier pour les données de type raster : package **raster** permet d'optimiser les temps de calcul.
- Le statisticien peut influencer la lecture de la carte par le choix des couleurs (package **RColorBrewer**) et le choix de la méthode de discrétisation (méthode des quantiles, des K -moyennes, classes d'amplitude égales, etc., package **classInt**).

Carte choroplèthe (exemple)

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

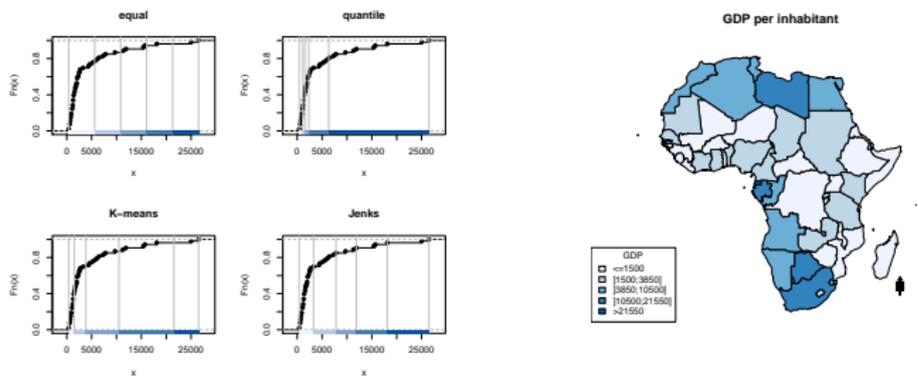
Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion



Représentation du PIB moyen par habitant dans les pays africains en 2013.
Source : CIA.

Utilisation de “bubble”

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

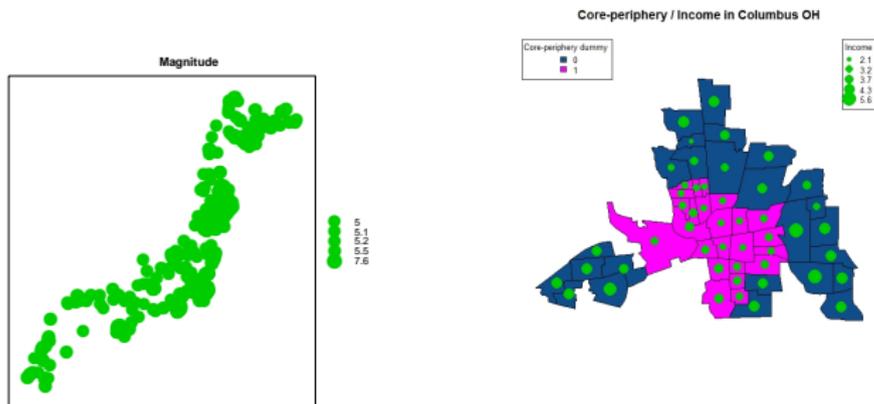
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Aire du point proportionnelle à la valeur d’une variable Z (fonction `bubble` dans `sp`).



Gauche : représentation de la magnitude des séismes observés sur l’île du Japon. Droite (données des districts de la ville de Columbus, Etats-Unis): représentation de 2 variables en utilisant à la fois les points de taille proportionnelle à Z et le choix des couleurs.

Graphiques interactifs (1)

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

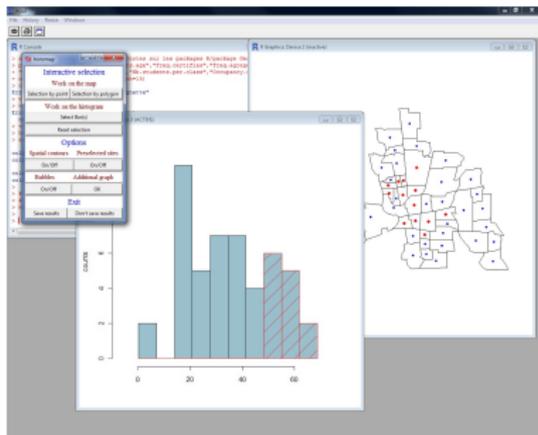
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

T. Laurent, A. Ruiz-Gazen et C. Thomas-Agnan (2012),
“**GeoXp**: an R package for Exploratory Spatial Data Analysis”,
Journal of Statistical Software.



GeoXp : une interface Tcl/Tk, une carte et un graphique.

Autres outils de visualisation (1)

Utiliser des fonds de couverture aérienne, faire des animations :
packages **ggmap**, **OpenStreetMap**, **animation**, etc.



Exemple : positionnement optimal d'un nouveau poste de garde sur la frontière Maroc/Algérie (Daouia et Van Keilegom, 2015). Voir animation sur <https://gremaq.univ-tlse1.fr/perso/laurent/code/DVK2.html>

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

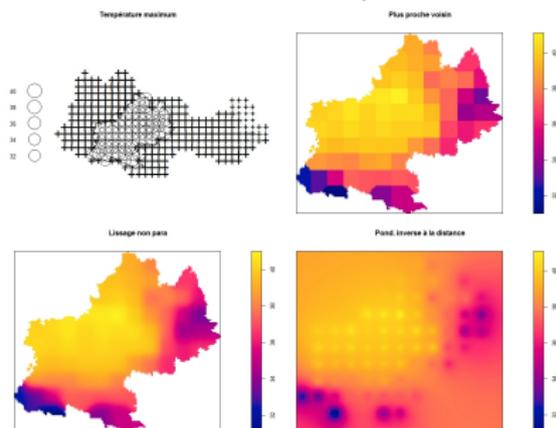
Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Autres outils de visualisation (2)

Utiliser des méthodes d'interpolation ou lissage des données spatiales (packages **spatstat**, **akima**).



Interpolation/lissage de données météo 25×25 km sur l'ensemble de la région Midi-Pyrénées : méthode du plus proche voisin, lissage non paramétrique et lissage proportionnel à l'inverse de la distance. Projet dans le cadre de l'ANR ModULand (Chakir *et al.*, *Working Paper*).

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

1 Introduction

2 Analyse exploratoire de données spatiales

3 Outils spécifiques à la statistique spatiale

- Géostatistique
- Econométrie spatiale
- Semis de points

4 Modélisation spatiale

5 Conclusion

Décomposition d'un champ aléatoire

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

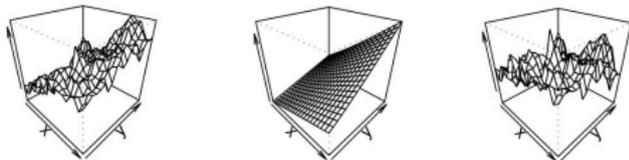
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

En **géostatistique** et **économétrie spatiale**, on suppose que X_s admet un moment d'ordre un fini : $\mathbb{E}(X_s) < \infty$

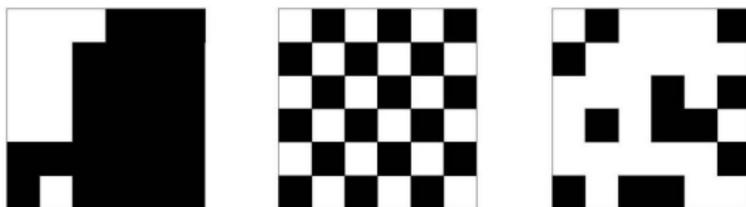


$$X_s = \mathbb{E}(X_s) + (X_s - \mathbb{E}(X_s))$$

- **Hétérogénéité spatiale** : $\mathbb{E}(X_s)$ non constante = **tendance**.
- **Autocorrélation spatiale** : existence du moment d'ordre 2 = fonction d'autocovariance $R(s, t) = \text{Cov}(X_s, X_t)$.

Autocorrélation spatiale

Exemple lorsque X_s prend ses valeurs dans $\{0, 1\}$:



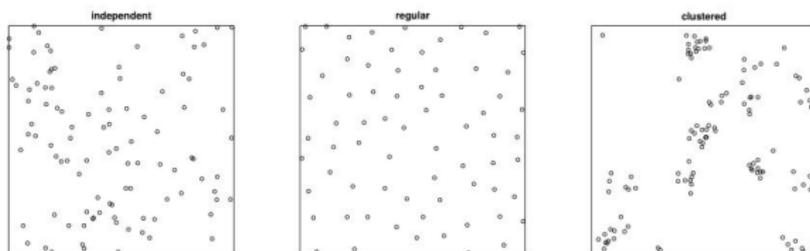
Autocorrélation spatiale : forte positive, forte négative, absence.

Outils pour apprécier l'autocorrélation spatiale :

- le **variogramme** (empirique) en géostatistique.
- le **diagramme de Moran** (+ tests) en économétrie spatiale. Nécessite la création d'une matrice de voisinage.

Homogénéité et interaction spatiale

Pour les **semis de points** :



- **Homogénéité** (notion d'ordre 1) : le nombre moyen de points par unité de surface est-il constant au travers du domaine ?
- **Interaction** (notion d'ordre 2) : y-a-t-il de l'attraction ou de la répulsion entre les points ?

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Le variogramme

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

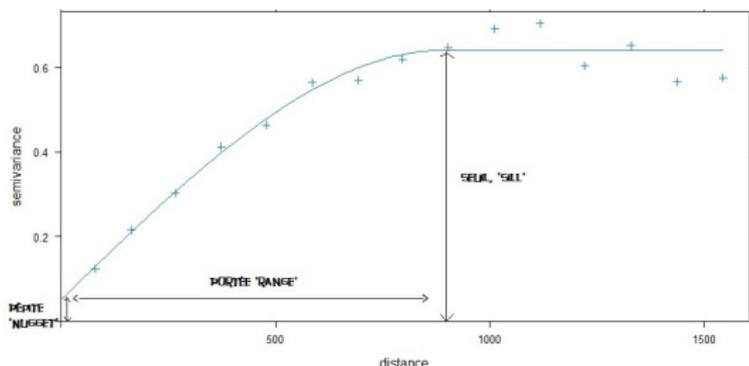
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

- Le variogramme d'un champ X_s vaut :
$$V(X_s, X_t) = \text{Var}\{X_s - X_t\} (=2\text{Var}X_s - 2R(s, t))$$
- Exemple ("variogramme dit exponentiel") :
$$V(u) = \tau^2 + \sigma^2\{1 - \exp(-\frac{u}{\phi})\}, \text{ avec } u = \|s - t\|$$



Effet de pépite= τ^2 , seuil= σ^2 ($\text{Var}X_s$), ϕ contrôle la portée.

Variogramme empirique

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

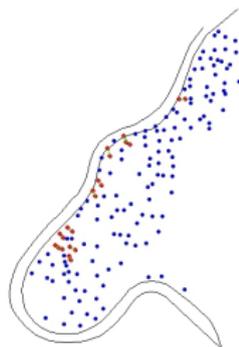
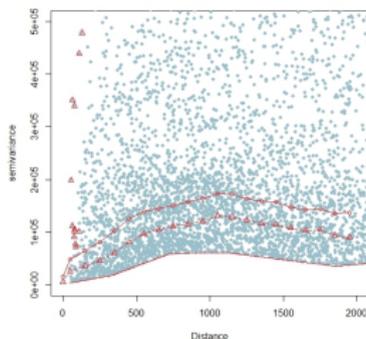
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

- 1 Soit le nuage de points (u_{ij}, v_{ij}) où $u_{ij} = \|s_i - s_j\|$ et $v_{ij} = \frac{1}{2}(x_{s_i} - x_{s_j})^2$.
- 2 **Variogramme empirique** : pour différentes valeurs de u , on fait la moyenne des v_{ij} t.q. $u_{ij} \in [u - \frac{h}{2}; u + \frac{h}{2}]$.



Exemple de variogramme empirique + version robuste (Cressie, 1993) avec **GeoXp**. Choix de h : au moins 30 paires inclus dans $[u - \frac{h}{2}; u + \frac{h}{2}]$.

Choix d'un variogramme

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

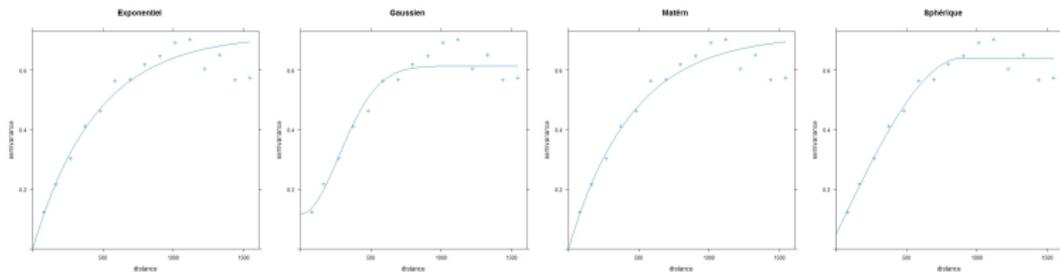
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

- Fonction `vgm` (package **gstat**) : choix de la forme du variogramme (exponentiel, sphérique, gaussien ou Matérn) + choix des valeurs initiales de l'effet de pépite, portée et seuil.
- Fonction `fit.variogram` : algorithme (Pebezma, 2004) qui calcule les paramètres optimaux pour que le variogramme s'ajuste le mieux (au sens des moindres-carrés) au variogramme empirique.

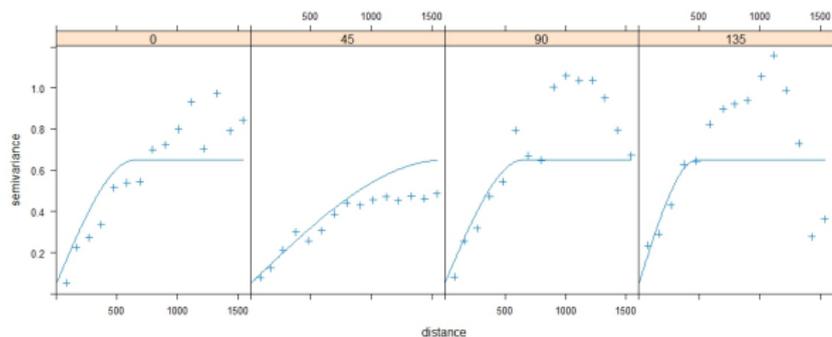


Variogramme directionnel

Statistique
spatiale

T. Laurent

Cas **anisotrope** : le variogramme dépend de la direction de \vec{st} .



Exemple de variogramme directionnel avec le package **gstat**
(fonction `variogram` avec option `alpha` pour définir la
direction).

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Voisins / Poids / Matrice W

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

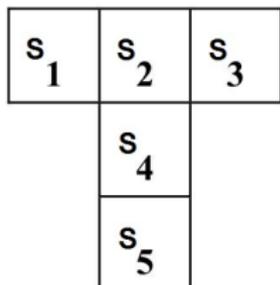
Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion



Voisins de type
"rook"

$s_1 : s_2$

$s_2 : s_1, s_3, s_4$

$s_3 : s_2$

$s_4 : s_2, s_5$

$s_5 : s_4$

Poids de type
"row-normalized"

$s_1 : 1$

$s_2 : 0.33, 0.33, 0.33$

$s_3 : 1$

$s_4 : 0.5, 0.5$

$s_5 : 1$

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.33 & 0 & 0.33 & 0.33 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Voisins / Poids / Matrice W

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

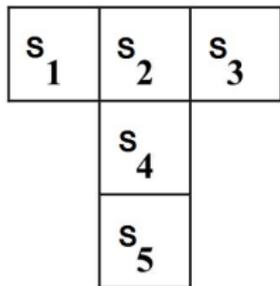
Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion



Voisins de type
"queen"

s_1 : s_2 , s_4

s_2 : s_1 , s_3 , s_4

s_3 : s_2 , s_4

s_4 : s_1 , s_2 , s_3 , s_5

s_5 : s_4

Poids de type
"row-normalized"

s_1 : 0.5, 0.5

s_2 : 0.33, 0.33, 0.33

s_3 : 0.5, 0.5

s_4 : 0.2, 0.2, 0.2, 0.2

s_5 : 1

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.33 & 0 & 0.33 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrices de voisinage avec R (package `spdep`)

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

- 1 On crée une liste de voisins (objet `nb`) :
 - Méthodes basées sur la géométrie des unités spatiales :
 - contiguité des polygones : s_i et s_j sont voisins s'ils partagent une frontière commune (fonction `poly2nb`).
 - triangulation de Delaunay (fonction `tri2nb`).
 - Méthodes basées à partir d'un calcul de distance :
 - les k plus proches voisins (fonction `knn2nb`).
 - voisins si distance inférieure à une distance seuil c (fonction `dnearneigh`).
- 2 On choisit les poids à associer aux voisins (objet `listw`) : poids binaires, normalisés en ligne, etc.

Visualisation de la structure de voisinage sous R (1)

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

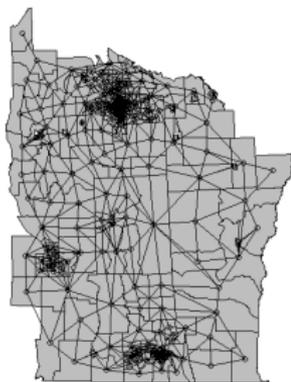
Géostatistique

Econométrie spatiale

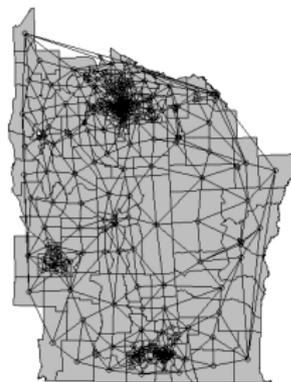
Semis de points

Conclusion

Matrice de contiguité



Triangularisation de Delaunay



Pour des données surfaciques (ici des sous-comptés (“counties”) de l’état de New-York), on considère les centroïdes ou autres points de référence (localisation des hôtels de ville, etc.) pour appliquer une triangularisation de Delaunay.

Visualisation de la structure de voisinage sous R (2)

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

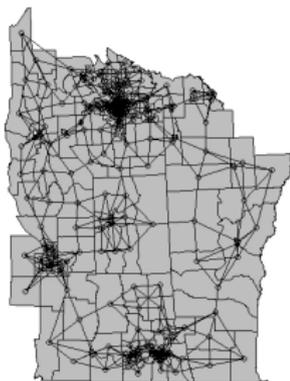
Géostatistique

Econométrie spatiale

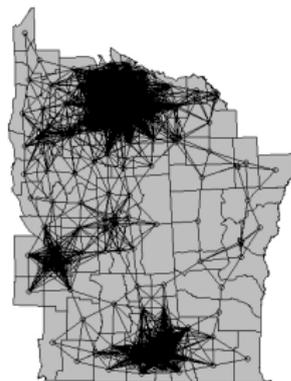
Semis de points

Conclusion

4 plus proches voisins



Distance seuil

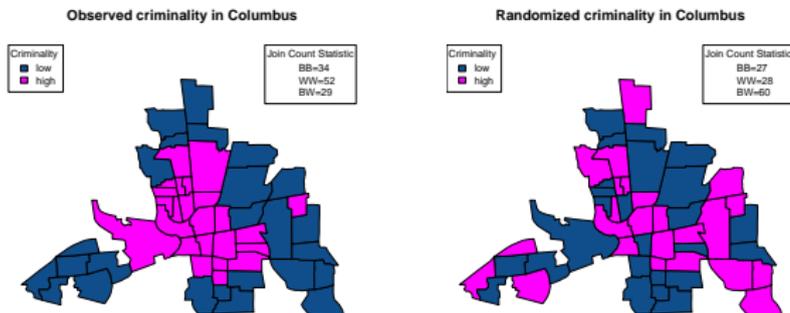


Pour le choix des distances : distance euclidienne à vol d'oiseau, distance réelle parcourue, temps de parcours, etc.

Test de “Join Count” (package `spdep`)

x_i est la valeur dans $\{0, 1\}$ ($=\{W, B\}$) de X sur le site s_i ; w_{ij} est la valeur de la matrice de voisinage W entre le site s_i et s_j .

- 1 On définit les statistiques observées suivantes (Cliff et Ord, 1981) : $BB = \frac{1}{2} \sum_{i,j} w_{ij} x_i x_j$, $WW = \frac{1}{2} \sum_{i,j} w_{ij} (1 - x_i)(1 - x_j)$ et $BW = \frac{1}{2} \sum_{i,j} w_{ij} (x_i - x_j)^2$.
- 2 Sous hypothèse de “non-free sampling” (tirage sans remise), on a le choix entre un test exact (`joincount.test`) ou un test de permutation . (`joincount.test` et `joincount.mc`).



Test de "Join Count" : exemple

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

On teste ici $H_0 = \{\text{absence d'autocorrélation spatiale}\}$.

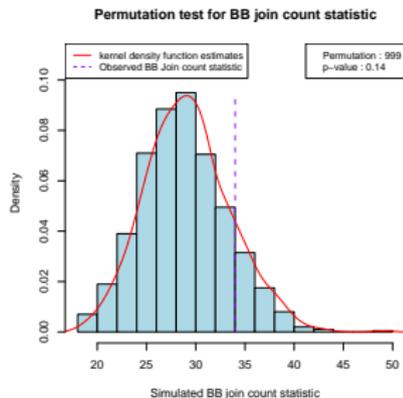


Tableau de résultat des tests exacts

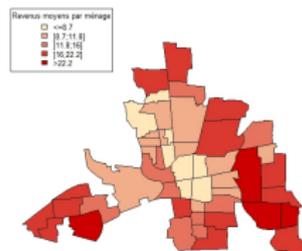
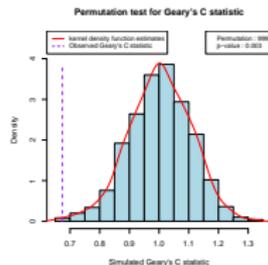
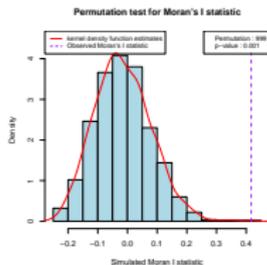
	Joincount	Expected	Variance	z-value
BB	34.00	29.34	18.64	1.08
WW	52.00	26.99	17.65	5.95
BW	29.00	58.67	26.04	-5.81

Remarque: les tests sur BB et WW donnent des résultats opposés.

Tests pour variables continues (package `spdep`)

x_j est la valeur dans \mathbb{R} de X sur le site s_j .

- Le test du I de Moran. Soit $I = \frac{n}{\sum_{ij} w_{ij}} \frac{\sum_{ij} w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$, on a le choix entre un test exact (Cliff et Ord, 1981) ou un test de permutation (fonctions `moran.test` et `moran.mc`).
- Autres tests possibles : le C de Geary (`geary.test`), le G de Getis-Ord (`globalG.test`)



Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Diagramme de Moran

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

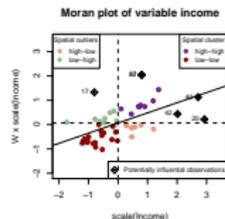
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

- Nuage de points de WX en fonction de X .
- Si W normalisée en ligne, WX est la "moyenne de X observée sur les voisins".
- Découpage en 4 quadrants autour de (\bar{X}, \bar{X}) : HH (High-High), LL (Low-Low), HL et LH.
- Autocorrélation spatiale globale forte : pente de la droite de régression (I de Moran) élevé.
- LISA (Anselin, 1995) : détection d'autocorrélation spatiale locale (I_i et test locaux).



Processus de Poisson

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

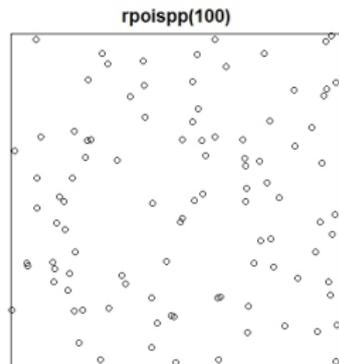
Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Soit un domaine D et $\{x_1, \dots, x_n\}$ un semis de points suivant un processus de Poisson homogène :

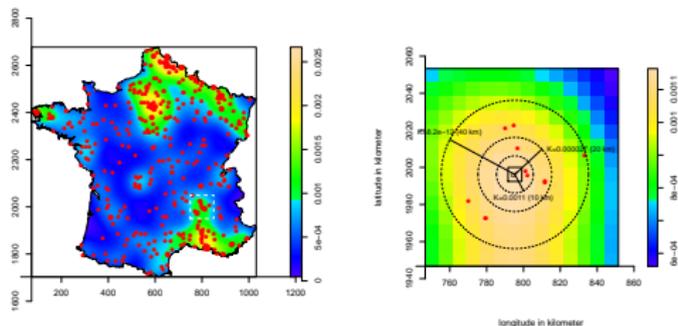
- il existe un réel $\lambda > 0$ tel que pour tout borélien A de D , $N(A)$ (le nombre de points observés sur A) suit une loi de Poisson de moyenne $\lambda |A|$, où $|A|$ désigne l'aire de A .
- sachant que $N(A) = n$, les n points du processus qui sont dans A forment un échantillon de la loi uniforme sur A .
- fonction `rpoispp` de **spatstat**.



CSR (Complete Spatial Randomness) simulé : les points sont indépendants et sont répartis sur D ($[0, 1] \times [0, 1]$ par défaut) au hasard.

Estimation de l'intensité

- Dans le cas d'un processus homogène, $\hat{\lambda}(u) = \frac{N(D)}{|D|}$.
- Dans le cas d'un processus inhomogène (*i.e.* présence d'hétérogénéité spatiale), on peut utiliser un estimateur non paramétrique : $\lambda^*(u) = \sum_{i=1}^n e(x_i)k(x_i - u)$, où k est le noyau gaussien et $e(x_i)$ un terme de correction de bord.



Lissage non paramétrique de l'intensité des phénomènes spatiaux non identifiés (fonction `density.ppp` de **spatstat**). Projet en collaboration avec le CNES.

Test d'homogénéité spatiale pour semis de points (1)

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

Géostatistique

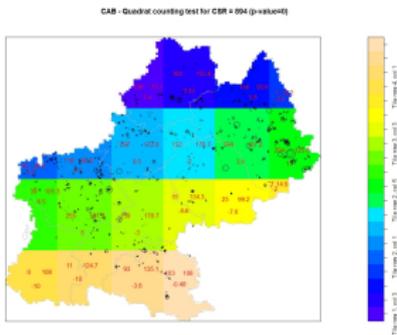
Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Test basé sur les quadrats (quadrat. test de **spatstat**):

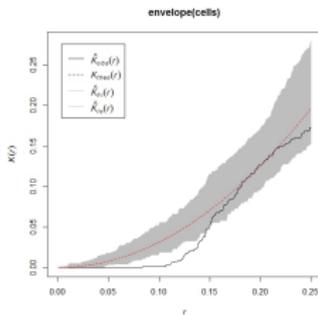
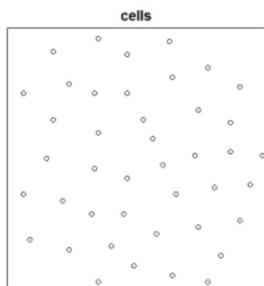
- 1 On découpe D en m quadrats.
- 2 On compte le nombre de points observés et attendus si les données étaient distribués selon un processus de Poisson homogène (“Complete Spatial Randomness”).
- 3 On applique un test de χ^2 à $m - 1$ degrés de liberté.



Test d'homogénéité spatiale pour semis de points (2)

Test basé sur des simulations :

- 1 On réalise M simulations d'un processus de Poisson d'intensité $\lambda = \frac{N(D)}{|D|}$.
- 2 On calcule une caractéristique d'ordre 2 du processus pour chaque simulation. Exemple : la fonction K de Ripley estimée par $\hat{K}(r) = \frac{|D|}{N(D)(N(D)-1)} \sum_{i,j} \mathbf{1}_{(d_{i,j} \leq r)} e_{i,j}$.
- 3 On trace les enveloppes de ces courbes.



La fonction K associée aux données n'est pas incluse dans l'enveloppe ce qui amène à rejeter l'hypothèse de CSR (fonctions Kest et envelope).

1 Introduction

2 Analyse exploratoire de données spatiales

3 Outils spécifiques à la statistique spatiale

4 Modélisation spatiale

- Géostatistique
- Econométrie spatiale
- Semis de points

5 Conclusion

Le Krigage

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

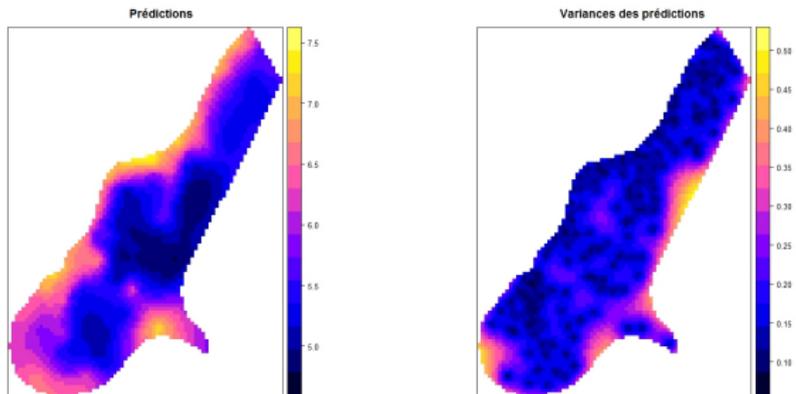
Conclusion

Soit y_1, \dots, y_n les valeurs observées d'une variable Y sur les sites s_1, \dots, s_n .

- Objectif : estimation d'une valeur non observée y_0 sur le site s_0 .
- Estimateur de la forme $\hat{Y}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Y(s_i)$, avec $\sum_i \lambda_i = 1$.
- $\hat{\lambda}_i$ obtenus en résolvant un système d'équations qui diffèrent selon l'hypothèse faite sur Y :
 - Krigage simple : Y est stationnaire de moyenne connue.
 - Krigage ordinaire : Y stationnaire de moyenne inconnue.
 - Krigage universel : Y non-stationnaire (avec une tendance).
- Nécessite le choix d'un modèle de variogramme γ .

Exemple de Krigeage

- Calcul des prédictions + variances de prédictions (contrairement aux méthodes de lissage non paramétrique et interpolation spatiale).
- Fonctions `krige` de **gstat** et `spplot` de **sp** pour la représentation cartographique



Exemple de krigeage ordinaire en utilisant un variogramme sphérique.

Modèles d'économétrie spatiale (package `spdep`)

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Contexte “usuel” :

- On cherche à expliquer une variable Y par un ensemble de variables exogènes X .
- L'analyse des résidus des modèles classiques (par exemple régression MCO) révèle la présence d'autocorrélation spatiale dans les résidus (diagramme et test de Moran pour résidus).
- Objectif : prendre en compte l'autocorrélation spatiale dans le modèle.
- Choix de modèles possibles : LAG et SDM (fonction `lagsarlm`), SEM (fonction `errorsarlm`), CAR (`spautolm`), etc.

Exemple : Laurent et Moussa (2015)

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

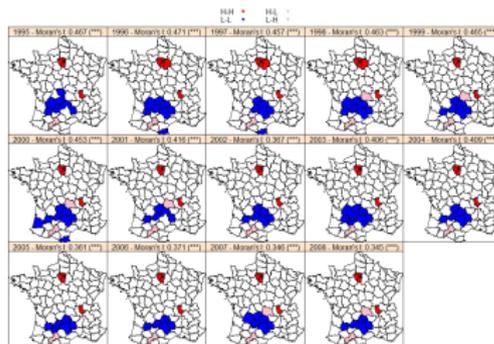
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

- Variable à expliquer Y : le nombre de brevets déposés par département à l'EPO (*European Patent Office*).
- Variables explicatives : dépenses en R&D dans les établissements privés, densité de population, PIB, etc.



Forte autocorrélation spatiale de la variable dépendante.

Modèle de type “Spatial Lag”

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

$$Y = \rho WY + X\beta + \epsilon, \text{ avec } \epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I)$$

- Ce modèle prend en compte dans l'espérance de Y à la fois les variables exogènes X et la moyenne de Y dans les zones voisines.
- ρ ($\rho \in [0, 1[$), β , et σ sont estimés par maximum de vraisemblance ou la méthode des moments généralisés.
- Différents tests sur les paramètres et la présence d'autocorrélation spatiale dans les résidus (Wald, rapport de vraisemblance, multiplicateurs de Lagrange).
- Décomposition des effets marginaux (LeSage et Pace, 2012) en effets directs, indirects et totaux (fonction impacts).

Diffusion spatiale des spillovers

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils

spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion



Illustration de la diffusion spatiale des spillovers. A du sens uniquement pour les modèles de type LAG et SDM.

W-Order	Direct	indirect	total
W^0	0.35032 (***)	0	0.35032 (***)
W^1	0	0.03792 (*)	0.03792 (**)
W^2	0.000838	0.00326	0.00410
W^3	0.000030	0.00041	0.00044
W^4	0.000005	0.00004	0.00005
$\sum_{q=0}^4 W^q$	0.3511 (***)	0.04158 (**)	0.3927 (***)

Prédiction en économétrie spatiale

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Goulard, Laurent et Thomas-Agnan (*Working Paper*) :

Predictor	Out-of-sample predictors formulae
BP	$\hat{Y}_O^{BP} = \hat{Y}_O^{TC} - \hat{Q}_{00}^{-1} \hat{Q}_{0S} \times (Y_S - \hat{Y}_S^{TC})$
TC	$\hat{Y}_O^{TC} = [(I - \hat{\rho}W)^{-1} X \hat{\beta}]_O$
TS^1	$\hat{Y}_O^{TS^1} = X_o \hat{\beta} + \hat{\rho} W_{oS} Y_S$
BP_W	$\hat{Y}_O^{BPW} = \hat{Y}_O^{TC} + \hat{\Sigma}_{oS} W'_{oS} (W_{oS} \hat{\Sigma}_{SS} W'_{oS})^{-1} (W_{oS} Y_S - W_{oS} \hat{Y}_S^{TC})$
BP_N	$\hat{Y}_O^{BPN} = \hat{Y}_O^{TC} - \hat{Q}_{00}^{-1} \hat{Q}_{0J} (Y_J - \hat{Y}_J^{TC})_J$ for J set of indices of neighbors of O
TC^1	$\hat{Y}_O^{TC^1} = \text{row } o \text{ of } \{I_{n_S+1} - \hat{\rho} \begin{pmatrix} W_{SS} & W_{So} \\ W_{oS} & W_{oo} \end{pmatrix}\}^{-1} \begin{pmatrix} X_S \\ X_o \end{pmatrix} \hat{\beta}$
BP^1	$\hat{Y}_O^{BP^1} = \hat{Y}_O^{TC^1} - \hat{Q}_{oo}^{-1} \hat{Q}_{oS} (Y_S - \hat{Y}_S^{TC^1})$
BP^1_W	$\hat{Y}_O^{BP^1W} = \hat{Y}_O^{TC^1} + \hat{\sigma}_{oS} W'_{oS} (W_{oS} \hat{\Sigma}_{SS} W'_{oS})^{-1} (W_{oS} Y_S - W_{oS} \hat{Y}_S^{TC^1})$
BP^1_N	$\hat{Y}_O^{BP^1N} = \hat{Y}_O^{TC^1} - \hat{Q}_{oo}^{-1} \hat{Q}_{oJ} (Y_J - \hat{Y}_J^{TC^1})_J$ for J set of indices of neighbors of O

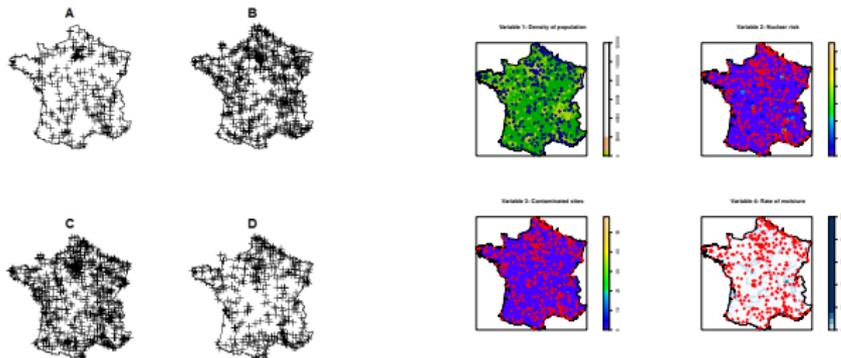
Modélisation de l'intensité

Processus de Poisson inhomogène : $\lambda(u) = e^{Z(u)\beta}$

- Les covariables Z doivent être observées sur les semis de points et d'autres locations $u \in D$ (d'où la nécessité de lisser ou interpoler les variables explicatives).

- Le processus peut être **marqué** :

$$y = \{(x_1, m_1), \dots, (x_n, m_n)\}, x_i \in D, m_i \in M.$$



Modélisation de l'intensité des PAN de type Poisson inhomogène avec des covariables de type anthropologie/environnement.

Résultats

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

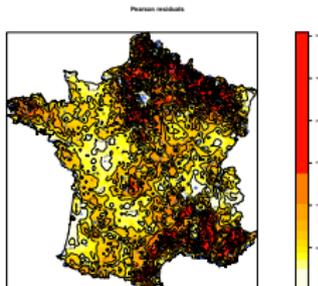
Semis de points

Conclusion

- Estimation des coefficients du modèle :

	coefficients	std	p-value	sign.
(Intercept)	-8.998	0.220	<0.001	***
log(pop)	0.308	0.052	<0.001	***
log(1 + conta)	0.630	0.074	<0.001	***
log(1 + nuclear)	0.406	0.119	<0.001	***
wetlands	0.026	0.011	0.015	*

- Prédictions : $\hat{\lambda}(u) = e^{Z(u)\hat{\beta}}$
- Résidus : $\lambda^*(u) - \hat{\lambda}(u)$
- Cartographie des résidus :



Ecriture générale d'un modèle de processus ponctuels

Statistique spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse exploratoire

Cartographie

Graphiques interactifs

Visualisation

Outils spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Modèles de type : $\lambda(u, \mathbf{x}) = \exp(\psi^T B(u) + \phi^T C(u, \mathbf{x}))$
(Baddeley et Turner, 2000), avec $\theta = (\psi, \phi)$ les paramètres à estimer.

- $B(u)$ dépend seulement de location u et représente la tendance ou l'effet des covariables.
- $C(u, \mathbf{x})$ représente les interactions stochastiques et la dépendance entre les points du processus.
- Estimation des paramètres par pseudo-maximum de la vraisemblance.
- Les modèles de Gibbs : Poisson, Strauss, Geyer, etc.
- Fonction ppm de **spatstat**.

Modélisation de l'intensité des parcelles en CAB

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

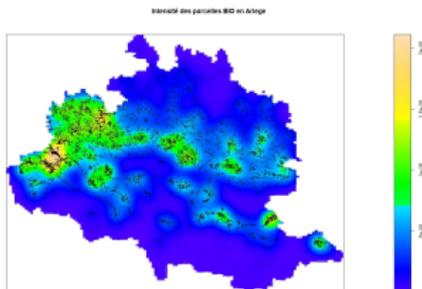
Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

Projet en cours (ANR ModULand) : prendre en compte le fait que les agriculteurs se mettant au bio peuvent tenter leurs voisins de s'y mettre.



Observations de zones avec une forte intensité spatiale de parcelles en conversion AB. Objectif : prendre en compte des covariables environnementales (zones protégées, etc.) et le phénomène d'attraction. Modèles envisagés de type Geyer.

- 1 Introduction
- 2 Analyse exploratoire de données spatiales
- 3 Outils spécifiques à la statistique spatiale
- 4 Modélisation spatiale
- 5 Conclusion**

Conclusion

Statistique
spatiale

T. Laurent

Introduction

Analyse
exploratoire

Cartographie

Graphiques
interactifs

Visualisation

Outils
spécifiques

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Modélisation
spatiale

Géostatistique

Econométrie spatiale

Semis de points

Conclusion

- Une multitude de domaines d'application.
- Nécessite des compétences pluridisciplinaires (notamment en géomatique).
- Plusieurs méthodes possibles (pas forcément incompatibles) en fonction de la nature "spatiale" des données et des objectifs.
- Logiciel R couvre la grande majorité des champs d'application de la statistique spatiale